

JPEG2000 の Wavelet フィルタ表記について

原 潤一[†]

[†]株式会社リコー
wave@nts.rioh.co.jp

Representations of JPEG 2000 Wavelet Filters

Junichi HARA[†]

[†]RICOH Company, Ltd

1. はじめに

JPEG 2000 では画像情報源に対して離散ウェーブレット変換を施すことで、量子化を伴う離散コサイン変換では不得意であったインパルスやステップ状の波形を効率良く表現し、画質劣化が少ない高効率画像符号化を実現している。

この離散ウェーブレット変換のフィルタ表現は、様々な文献や論文で紹介^{1)~8)}されているが、復号に用いる合成ウェーブレット変換については、2通りのフィルタ表現が存在する。本報告ではこの問題について紹介するとともにその正しい解釈を示す。

2. JPEG 2000 の Wavelet 合成フィルタ

表 1 に様々な文献に掲載されている 2通りの JPEG 2000 離散ウェーブレット変換の合成フィルタ値を掲げる。フィルタ 1は文献 1)と 2)、フィルタ 2は文献 3)から 8)での値である。

以下では、まず、離散ウェーブレットフィルタの完全再構成条件を示して、分析側(符号化側)のフィルタ値が与えられたときの合成側(復号側)のフィルタ表現値を示し、各文献で用いられているフィルタ表現値の違いは、その合成側(復号側)フィルタの処理対象である係数値モデルの違いからきていることを示す。

3. 離散ウェーブレット変換の完全再構成条件

画像符号化に用いられる離散ウェーブレット変換処理は、原信号を高周波成分と低周波成分に分解し、分解された低周波成分に対してさらに高周波成分と低周波成分に分解するという再帰処理を必要な段数繰り返すことで実現される。ここでは、図 1 に示す 1 段のウェーブレット変換と等価なフィルタバンク^{4), 5)}を考え、このフィルタバンクの完全再構成条件から、離散ウェーブレット変換の各フィルタ値を求める。

図 1 では、入力 $x(n)$ がフィルタ $h_q(n)$ ($q = 0, 1$)で処理された後、ダウンサンプリングとアップサンプリング処理される。この各サンプリングのペアによる処理は、一つおきに零値にする間引き処理であり、片方の係数に対しては偶数番目、もう片方に対しては奇数番目の係数をとる処理である。サンプリングペアにより間引かれたそれぞれの係数値は、フィルタ $g_i(n)$ により処理され、処理されたそれぞれの係数値が加算されて $x'(n)$ として出力される。図 1 中の各フィルタには、エッジ付近の乱れを抑える直線位相フィルタを使用するために、奇数タップ長の対称形フィルタを使用する。

図 2(a)に示すこのダウンサンプリングとアップサンプリングのペアは、ダウンサンプリングされた中間出力 $y(m)$ を無視すると、式を用いた表現が容易な図 2 (b)と等価になる。

表 1 2通りの JPEG 2000 合成フィルタ値

係数位置	可逆フィルタ 1 ^{1), 2)}		可逆フィルタ 2 ³⁾⁻⁸⁾		非可逆フィルタ 1 ^{1), 2)}		非可逆フィルタ 2 ³⁾⁻⁸⁾	
	低域	高域	低域	高域	低域	高域	低域	高域
0	+1/1	+3/4	+1/1	+3/4	+1.115087052457000	+0.602949018236360	+1.115087052457000	+0.602949018236360
±1	-1/4	+1/2	+1/2	-1/4	-0.266864118442875	+0.591271763114250	+0.591271763114250	-0.266864118442875
±2		-1/8		-1/8	-0.057543526228500	-0.078223266528990	-0.057543526228500	-0.078223266528990
±3					+0.016864118442875	-0.091271763114250	-0.091271763114250	+0.016864118442875
±4						+0.026748757410810		+0.026748757410810

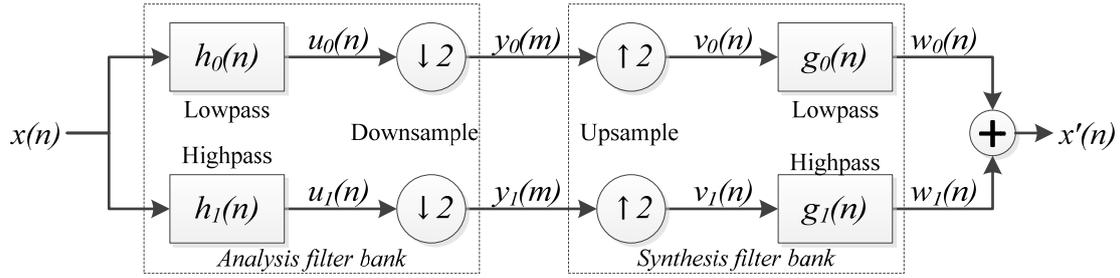
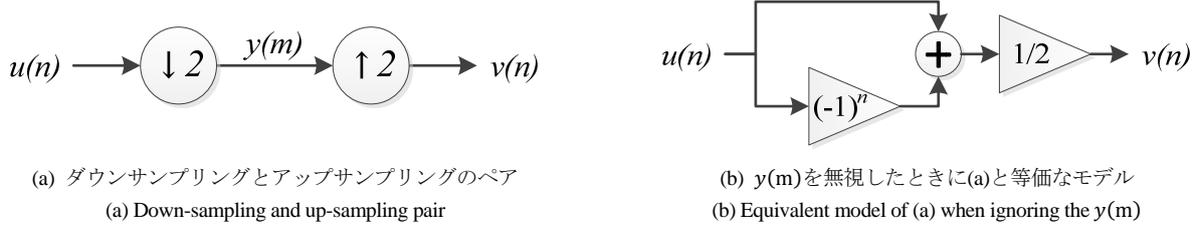


図1 離散ウェーブレットフィルタバンク(2分割)



(a) ダウンサンプリングとアップサンプリングのペア
(a) Down-sampling and up-sampling pair

(b) $y(m)$ を無視したときに(a)と等価なモデル
(b) Equivalent model of (a) when ignoring the $y(m)$

図2 係数の間引き処理

完全再構成条件を求めるために、図1に $x(n) = \delta(n - i)$ (i は任意の整数)を入力すると、図中の各段の出力は次式になる。下記間引き処理では、 $v_0(n)$ は $u_0(n)$ の偶数係数と0、 $v_1(n)$ は $u_1(n)$ の奇数係数と0から構成されるモデルを用いた。

$$u_q(n) = h_q(n - i) \quad (1)$$

$$v_q(n) = \frac{1+(-1)^{n+q}}{2} u_q(n) \quad (2)$$

$$w_q(n) = g_q(n) * v_q(n) \quad (3)$$

$$x'(n) = w_0(n) + w_1(n) \quad (4)$$

$u_q(n)$, $v_q(n)$, $w_q(n)$ ($q = 0, 1$)を $x'(n)$ に代入し、このフィルタバンクが可逆であるための条件 $x'(n) = x(n)$ を適用し、 $x(n) = \delta(n - i)$ に注目すると、再構成条件は式(5)になる。

$$g_0(n) * \frac{1+(-1)^n}{2} h_0(n - i) + g_1(n) * \frac{1-(-1)^n}{2} h_1(n - i) = \delta(n - i) \quad (5)$$

任意の n で式(5)を満たすためには、次の条件が必要になる。

$$g_0(n) * h_0(n - s) + g_1(n) * h_1(n - s) = 2\delta(n - s) \quad (6)$$

$$g_0(n) * (-1)^n h_0(n - s) = g_1(n) * (-1)^n h_1(n - s) \quad (7)$$

Z 領域上での完全再構成条件式(6)と式(7)は次のようになる。

$$G_0(z)H_0(z) + G_1(z)H_1(z) = 2 \quad (8)$$

$$G_0(z)H_0(-z) = G_1(z)H_1(-z) \quad (9)$$

ここで、 $H_q(z)$ および $G_q(z)$ は、それぞれ $h_q(n)$ および $g_q(n)$ の Z 変換とする。この完全再構成条件の式(8)と式(9)を満足するフィルタとして、例えば、以下の $G_q(z)$ を用いればよい^{4),5)}。

$$G_0(z) = cz^{-l}H_1(-z) \quad (10)$$

$$G_1(z) = cz^{-l}H_0(-z)$$

ここで、定数 c は式(8)から導かれるスケールファクタ値であり、整数定数 l は分析と合成フィルタの空間的位置合わせに用いる遅延項である。この遅延項 l が偶数のとき、 $h_0(k)$ と $g_1(k)$ 、 $h_1(k)$ と $g_0(k)$ のフィルタのペアは、いずれも直交性を持つ。

そのため、この条件で作られたフィルタバンクは、双直交離散ウェーブレット変換と呼ばれる^{4),5)}。

上記での展開では、高周波成分と低周波成分のダウンサンプリングとして q の値により変化する式(2)を用いたが、同一形式の $v_q(n) = \frac{1+(-1)^n}{2} u_q(n)$ を用いることも可能である。このとき、完全再構成条件を満たす $G_q(z)$ は式(11)になり、遅延項 l が奇数のときに各フィルタのペアは直交性を持つ。

$$\begin{aligned} G_0(z) &= -cz^{-l}H_1(-z) \\ G_1(z) &= cz^{-l}H_0(-z) \end{aligned} \quad (11)$$

l が奇数のときに直交性を持つことから、この展開であっても、 u_0 と $u_1(n)$ の係数は交互にサンプリングされて合成フィルタに入力されていることが分かる。

4. JPEG 2000 のフィルタ値

JPEG 2000 のウェーブレットの分析フィルタ値 (符号化側) は表2に示す値となる。この表から、例えば、可逆高域分析フィルタは、 $H_1(z) = (-z^{-1} + 2 - z)/2$ になる。表2の分析フィルタと Haar フィルタの周波数特性として、その振幅特性を示したものを図3に示す。図3から分かるように、(9,7)タップのJPEG 2000 非可逆分析フィルタが入力信号の低域成分と高域成分を最も効率よく分離していることが分かる。

表2 JPEG 2000 分析フィルタ値

k	可逆分析(5,3)		非可逆分析(9,7)	
	$h_0(k)$	$h_1(k)$	$h_0(k)$	$h_1(k)$
0	+3/4	+1/1	+0.602949018236360	+1.115087052457000
± 1	+1/4	-1/2	+0.266864118442875	-0.591271763114250
± 2	-1/8		-0.078223266528990	-0.057543526228500
± 3			-0.016864118442875	+0.091271763114250
± 4			+0.026748757410810	

表3 完全再構成条件による JPEG 2000 合成フィルタ値

k	可逆合成		非可逆合成	
	$g_0(k)$	$g_1(k)$	$g_0(k)$	$g_1(k)$
0	+1/1	+3/4	+1.115087052457000	+0.602949018236360
±1	+1/2	-1/4	+0.591271763114250	-0.266864118442875
±2		-1/8	-0.057543526228500	-0.078223266528990
±3			-0.091271763114250	+0.016864118442875
±4				+0.026748757410810

表4 全係数を用いる JPEG 2000 合成フィルタ値

係数位置	可逆合成		非可逆合成	
	低域	高域	低域	高域
0	+1/1	+3/4	+1.115087052457000	+0.602949018236360
±1	-1/4	+1/2	-0.266864118442875	+0.591271763114250
±2		-1/8	-0.057543526228500	-0.078223266528990
±3			+0.016864118442875	-0.091271763114250
±4				+0.026748757410810

この分析フィルタ値を式(10)に代入し、可逆と非可逆の合成フィルタ $G_q(z)(q = 0, 1)$ を求めると、表3に示す値となり、表1中のフィルタ2と同じフィルタ値になる。

これらの合成フィルタは、分析フィルタ $h_i(n)$ の出力係数 $y_i(n)$ を交互に0にした値を処理するときのフィルタ値となる。また、このときの合成フィルタでは、入力 $v_i(n)$ の偶数ごとや奇数ごとの処理ではなく、各 $v_i(n)$ の全ての位置に両方のフィルタ演算処理が必要となる。つまり、N個の入力データに対して、2種類の合成処理を行うため、合成側では2N回のフィルタ処理と、N回の加算処理が必要となる。

次に、フィルタ1を求める。JPEG 2000 標準書¹⁾で用いられているフィルタは、合成フィルタの入力として、先に示した完全再構成条件で用いた係数処理方法とは違い、ダウンサンプリングした奇数係数と偶数係数を交互に合わせた係数に対して合成フィルタ処理する方法である。つまり、低域係数と高域係数が中心の低域用合成フィルタと高域用合成フィルタの2つの合成フィルタを用いて交互に処理する方法である。

この2つの合成フィルタは、中心となる係数に着目して、低域係数用と高域係数用のフィルタを交互に間引き処理したフィルタ値を加算することで求められる。例えば、低域係数用の可逆合成フィルタ値では、表3の低域フィルタの間引き(0,1,0)と高域フィルタの間引き(0,-1/4,0,-1/4,0)との加算：

$$\begin{array}{r} (0, 1, 0) \\ + (0, -1/4, 0, -1/4, 0) \\ \hline (-1/4, 1, -1/4) \end{array}$$

から(-1/4, 1, -1/4)となる。また、高域係数用の合成フィルタ値は、同様にフィルタを加算することより：

$$\begin{array}{r} (-1/8, 0, 3/4, 0, -1/8) \\ + (1/2, 0, 1/2) \\ \hline (-1/8, 1/2, 3/4, 1/2, -1/8) \end{array}$$

(-1/8, 1/2, 3/4, 1/2, -1/8)となる。非可逆合成フィルタについても求めたものを表4に示す。

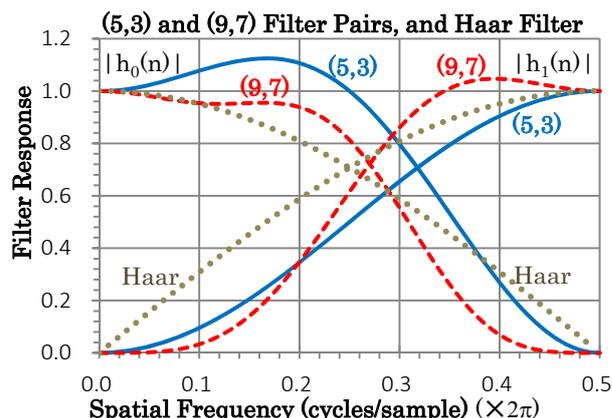


図3 JPEG 2000 の Wavelet と Haar の周波数特性

このフィルタ使用時の演算回数は、奇数と偶数毎に表4の各フィルタを適用すればよいため、入力信号N個のデータに対して、合成側の処理ではN回のフィルタ処理のみとなる。つまり、JPEG 2000 標準書などの文献1), 2)で用いられているフィルタ形式は、他の文献3)~8)でのフィルタ形式と比べフィルタ処理の総数が半分になる。

5. むすび

JPEG 2000 の離散ウェーブレット変換には文献によって相違する2通りの合成側(復号側)フィルタの表記値がある問題をとりあげその正しい解釈を示した。結論としてはどちらも正しいのであり、フィルタ値と共にその演算方法も正確に記載しておけばこのような混乱は生じなかったといえる。

参考文献

- 1) ISO/IEC IS15444-1 | ITU-T Rec. T.800 Information Technology – JPEG 2000 Part 1 – Core coding, (2000).
- 2) 小野文孝, 野水泰之, 原潤一, JPEG 2000 のすべて, 電波新聞社, ISBN4-88554-917-5 (2006).
- 3) C. Christopoulos, A. Skodras, T. Ebrahimi, The JPEG2000 Still Image Coding System: an Overview, IEEE Trans. on Consumer Electronics, Vol. 46, No. 4, pp. 1103-1127, (2000).
- 4) P. Schelkens, A. Skodras, T. Ebrahimi, The JPEG 2000 Suite, John Wiley & Sons Ltd., ISBN978-0-470-72147-6 (2009).
- 5) 貴家仁志, 吉田俊之, 鈴木輝彦, 広明敏彦, 画像情報符号化, コロナ社, ISBN978-4-339-01267-5 (2008).
- 6) D. Taubman, M. Marcellin, JPEG2000: Image Compression Fundamentals, Standards and Practice, Springer, ISBN1-4613-5245-2 (2001).
- 7) T. Acharya, P.-S. Tsai, JPEG2000 Standard for Image Compression: Concepts, Algorithms and VLSI Architectures, John Wiley & Sons Ltd., ISBN 978-0-470-72147-6 (2004).
- 8) M. Kr. Mandal, Multimedia Signals and Systems, Kluwer Academic, ISBN 1-4020-7270-8 (2002).
- 9) 原潤一, 2通りのJPEG 2000 合成フィルタ表現, 画像電子学会, 第43巻, 第2号, 通巻228号 (2014).